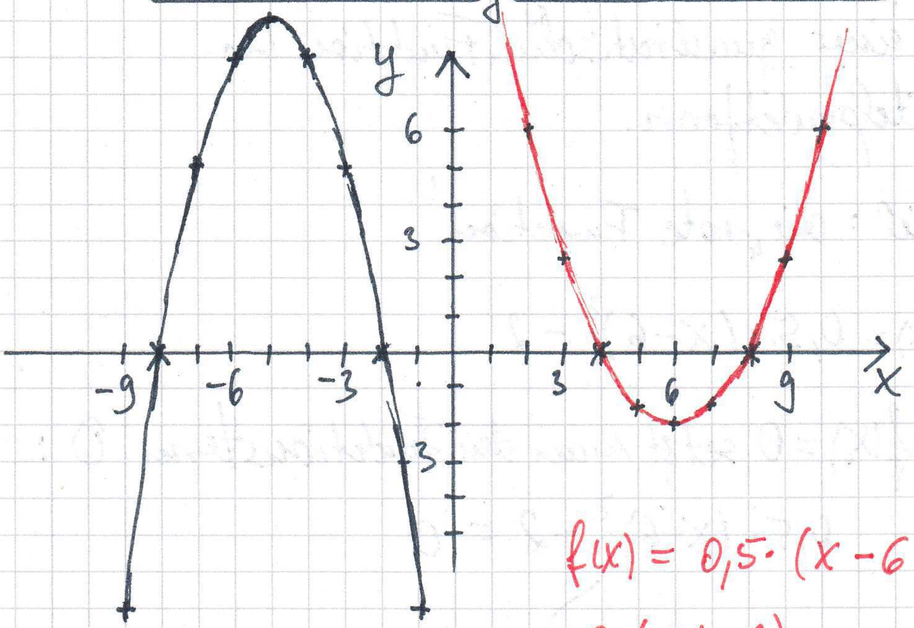
d. Berechnung von Nullstellen



$f(x) = 0{,}5 \cdot (x-6)^2 - 2$

$S(6|-2)$

$f(x) = -(x+5)^2 + 9$

1. Für eine Nullstelle x_0 gilt, dass der Funktionswert an der Stelle null ist:

$$f(x_0) = 0 .$$

z.B. ist für $f(x) = 4 \cdot (x-2)^2 - 16$

$x_1 = 6$ keine Nullstelle, denn

$$f(6) = 4 \cdot (6-2)^2 - 16 = 4 \cdot 4^2 - 16 = 48 ;$$

$x_0 = 4$ ist aber eine Nullstelle, weil

$$f(4) = 4 \cdot (4-2)^2 - 16 = 4 \cdot 2^2 - 16 = 4 \cdot 4 - 16 = \underline{\underline{0}} .$$

Durch Einsetzen von bestimmten x-Stellen kann man also prüfen, ob das bestimmte x eine Nullstelle ist oder nicht.

2. Rezept zur Berechnung von Nullstellen bei einer quadratischen Funktion in Scheitelpunktform.

Beispiel: die „rote Funktion"

$$f(x) = 0{,}5 \cdot (x-6)^2 - 2 \,.$$

a) Wegen $f(x_0) = 0$ setzt man den Funktionsterm 0:

$$0{,}5 \cdot (x-6)^2 - 2 = 0$$

b) Umformungen

$$\begin{aligned} 0{,}5 \cdot (x-6)^2 - 2 &= 0 \quad \mid +2 \\ 0{,}5 \cdot (x-6)^2 &= 2 \quad \mid :0{,}5 \\ (x-6)^2 &= 4 \quad \mid \sqrt{} \end{aligned}$$

c) Fallunterscheidung

$$x-6 = 2 \quad \text{oder} \quad x-6 = -2 \quad \mid +6$$

$$x = 8 \quad \text{oder} \quad x = 4$$

Wie kommt es zu dieser „Fallunterscheidung"?
Weil $(-2)^2 = 4$ ist und auch $2^2 = 4$ ist.

3. Übungen: Bestimme nach dem Rezept die Nullstellen von:

a) $f(x) = -6 \cdot (x+5)^2 + 6$

b) $f(x) = 3 \cdot (x-4)^2 - 27$

c) $f(x) = 12 \cdot (x+2{,}5)^2$

d) $f(x) = -1{,}5 \cdot (x+4{,}5)^2 + 24$

e) $f(x) = -3 \cdot (x-2)^2 - 12$