

Nullstellen quadratischer Funktionen

Entdecken

1 Arbeitet zu zweit.

In einem Berliner Erholungspark sind Gärten aus aller Welt angelegt. Im orientalischen Garten gibt es viele hintereinander angeordnete Springbrunnen mit jeweils einem einzelnen, bogenförmigen Strahl.

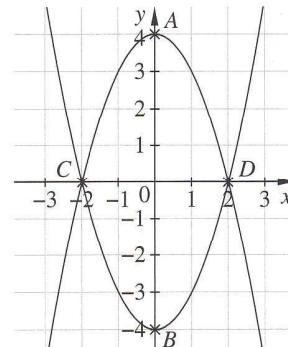
Modelliert einen Wasserstrahl im Koordinatensystem. Schätzt dabei mithilfe des Fotos die maximale Höhe des Wasserstrahls.

Welche Breite überspannt der Wasserstrahl?



2 Untersuche die beiden Graphen.

- Notiere die Koordinaten der vier vorgegebenen Punkte.
- Gib die Funktionsgleichungen der beiden Graphen an.
- Kann man bereits an der Funktionsgleichung erkennen, ob und wo die Funktion die x -Achse schneidet?
- Beschreibe den Zusammenhang, der zwischen der x -Koordinate des Scheitelpunkts und den x -Koordinaten der Schnittpunkte mit der x -Achse besteht.



3 Eigenschaften von quadratischen Funktionen untersuchen

- Stelle Vermutungen an, wie oft die folgenden Funktionen die x -Achse schneiden.

① $f_1(x) = x^2 + 4$

② $f_2(x) = -x^2 - 4$

③ $f_3(x) = (x + 4)^2$

④ $f_4(x) = (x - 4)^2$

⑤ $f_5(x) = (x + 4)^2 + 4$

⑥ $f_6(x) = (x - 4)^2 - 4$

⑦ $f_7(x) = -(x + 4)^2 + 4$

⑧ $f_8(x) = -(x - 4)^2 - 4$

- Überprüfe deine Ergebnisse dann mithilfe einer Zeichnung.

4 Erkunde durch Zeichnungen, welche Funktionsgleichung eine quadratische Funktion hat, die diese Bedingungen erfüllt. Gibt es mehrere Lösungen? Vergleicht untereinander.

① Die Funktion schneidet die x -Achse bei $x = 1$ und $x = 3$ und hat ihren Scheitelpunkt bei $S(2|1)$.

② Die Funktion schneidet die x -Achse nicht. Sie schneidet die y -Achse bei $y = 6$ und ihr Scheitelpunkt liegt bei $S(1|5)$.

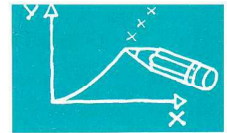
③ Die Funktion berührt die x -Achse nur in einem Punkt. Sie geht durch die Punkte $A(1|5)$ und $B(5|5)$.

5 Arbeitet zu zweit.

- Zeichnet mithilfe der Schablone für Normalparabeln verschiedene Funktionsgraphen so in ein Koordinatensystem, dass der Graph die x -Achse ...
 - gar nicht schneidet,
 - in einem Punkt schneidet oder
 - in zwei Punkten schneidet.
- Notiert die Funktionsgleichungen $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$ zu den Parabeln.
- Wie kann man an der Funktionsgleichung erkennen, wie viele Schnittpunkte der Funktionsgraph mit der x -Achse hat?

HINWEIS

Du kannst einige Aufgaben auch mit einem Funktionsplotter lösen bzw. überprüfen.



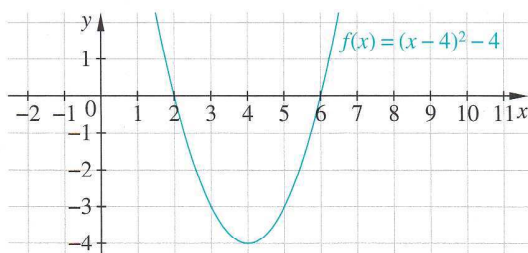
Üben und anwenden

1 Die Wertetabelle gehört zu einer verschobenen Normalparabel.

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)			5	0	-3	-4	-3	0	5	12					

- An welcher Stelle vermutest du den Scheitelpunkt?
- Gib die Nullstellen an.
- Zeichne den Funktionsgraphen und bestimme die Funktionsgleichung.
- Ergänze die Tabelle im Heft.

2 Lies die Nullstellen der Funktion ab. Überprüfe dein Ergebnis rechnerisch.



2 Überprüfe, ob die angegebenen Stellen Nullstellen der Funktionen sind.

Korrigiere falls nötig.

- $f(x) = x^2 - 6,25$ $x_1 = 2,5; x_2 = -2,5$
- $f(x) = -x^2 + 9$ $x_1 = 3; x_2 = 6$
- $f(x) = (x - 2,5)^2 - 0,25$ $x_1 = 2; x_2 = 4$
- $f(x) = (x + 2,5)^2$ $x_1 = x_2 = 2,5$
- $f(x) = -(x - 4)^2 + 1$ $x_1 = 3; x_2 = 5$
- $f(x) = (x - \frac{11}{4})^2 - \frac{81}{16}$ $x_1 = 0,5; x_2 = 5$

3 Bestimme die Anzahl der Nullstellen der Funktion.

- $f(x) = x^2 + 9$
- $f(x) = x^2 + 64$
- $f(x) = x^2 - 4$
- $f(x) = x^2 - 8$

3 Bestimme die Anzahl der Nullstellen der Funktion.

- $f(x) = x^2 + 4,5$
- $f(x) = -x^2 - 24$
- $f(x) = x^2 + 9$
- $f(x) = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$

4 Beschreibe den Graphen der Funktion, indem du den Scheitelpunkt und die Öffnungsrichtung angibst. Begründe, ob die Funktion keine, eine oder zwei Nullstellen besitzt.

- $f(x) = x^2 + 3$
- $f(x) = x^2 - 2$
- $f(x) = -0,5x^2 - 7$
- $f(x) = -3x^2 + 14$
- $f(x) = (x + 4)^2$
- $f(x) = -(x - 4)^2$
- $f(x) = 0,25(x - 4)^2 - 3$
- $f(x) = -2(x - 3)^2 + 2,25$

4 Bestimme den Scheitelpunkt S und die Öffnungsrichtung der Parabel. Zeichne den Graphen und berechne mögliche Nullstellen der zugehörigen Funktion.

- $f(x) = x^2 - 1$
- $f(x) = (x - 1)^2$
- $f(x) = -x^2 + 1$
- $f(x) = (x + 1)^2$
- $f(x) = (x - 3)^2 - 1$
- $f(x) = -(x + 3)^2 + 1$
- $f(x) = -3(x + 5)^2 + 3$
- $f(x) = 2(x - 4)^2 - 1$

5 Bestimme die Nullstellen. Setze jeweils einen Faktor gleich null.

- $f(x) = (x - 2)(x + 2)$
- $f(x) = (x - 2)(x - 2)$
- $f(x) = (x + 2)(x + 2)$
- $f(x) = (x - 7)(x - 1)$
- $f(x) = (x + 7)(x - 1)$
- $f(x) = (x + 7)(x + 1)$
- $f(x) = 2(x + 4)(x - 3)$

5 Bestimme die Nullstellen und gib den Scheitelpunkt an.

- $f(x) = x^2 - 1,69$
- $f(x) = (x - 1,69)^2$
- $f(x) = (x - 1,69)^2 - 1,69$
- $f(x) = (x - 2,5)(x + 2,5)$
- $f(x) = 4(x - 2)^2 - 64$
- $f(x) = -2(x + 2)^2 + 32$
- $f(x) = -(x + 4)(x - 3)$